UNIDAD TEMÁTICA 2

MATRICES Y DETERMINANTES

1) Escribir las matrices definidas por las siguientes expresiones:

$$A \in \Re^{2x3}, A = \left(a_{ij} \right) \quad \text{con} \quad a_{ij} = 1 - 2j$$

$$B \in \Re^{3x3}, B = \left(b_{ij} \right) \quad \text{con} \quad b_{ij} = \begin{cases} 3 & si \quad i = j \\ i + j^2 & si \quad i \neq j \end{cases}$$

$$C \in \Re^{3x3}, C = \left(c_{ij} \right) \quad \text{con} \quad c_{ij} = \begin{cases} 2i & si \quad i < j \\ i^2 + j^2 & si \quad i \geq j \end{cases}$$

$$D \in \Re^{3x2}, D = \left(d_{ij} \right) \quad \text{con} \quad d_{ij} = \begin{cases} 3i - j & si \quad i \leq j \\ 0 & si \quad i > j \end{cases}$$

2) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 6 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Hallar:

a) $4A + B$ *b)* $\left(-B + C^T \right) + 3A$ *c)* $\left[\frac{1}{2}\left(A + B \right) \right]^T + 2C$ *d)* $C^T - 2\left(A + B \right)$

3) Hallar, si existen, los valores de los reales a,b,c,d que verifiquen:

$$3.\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 6 \\ -1 & -d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & a+b \\ c+d-1 & 2d+3 \end{pmatrix}$$

4) Encontrar $X \in \Re^{2\times 3}$ que verifique la siguiente igualdad:

$$2X - 5\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 5X + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}^T$$

5) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad D = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

Hallar:

a) $A.B - 2C.D$ $\qquad$ *b)* A^2 $\qquad$ *c)* $(B.C)^2$

d) Obtener una matriz E de manera que: $A + 12B - 3C + E$ sea la matriz nula de orden 2 x 2.

6) Si $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad V = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad X = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad Y = I$

Hallar $\quad$ *a)* $U.V$ $\qquad$ *b)* $V.U + X$ $\qquad$ *c)* $X.Y$

7) Si $U=\begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ $V=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & -4 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Verificar: ***a)*** $U^2 = U$ y $V^2 = V$ ***b)*** $U.V = V.U = N$ ***c)*** $U + V = I$

8) Verificar que $A.X = A.Y$ (aunque $X \neq Y$), siendo:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -5 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad X=\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & -7 \\ -2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad Y=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 & -6 \\ -1 & 2 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

9) Si $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, calcular:

a) $AC+B$ ***b)*** $CB-4A^T$ ***c)*** $B^2\left(A+C^T\right)$ ***d)*** $C.A$

10) Obtener, si existen, todas las matrices X e Y que verifiquen:

a) $\begin{cases} 3X+2Y=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \\ X-2Y=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \end{cases}$ ***b)*** $\begin{cases} X-3Y=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ 3X+Y=\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \end{cases}$

11) Sabiendo que $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B} \in \Re^{n\,x\,n}$ analizar si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas, justificando la respuesta:

a) $\forall A, \forall B \in \Re^{nxn} : (A+B)\cdot(A-B) = A^2 - B^2$

b) $\forall A, \forall B \in \Re^{nxn} : (A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

c) $\forall A, \forall I \in \Re^{nxn} : (A+I)\cdot(A-I) = A^2 - I$

d) Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son matrices permutables, entonces $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.

e) Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son matrices permutables, entonces $(A-B)^2 = A^2 - B^2$.

12) Un fabricante que elabora dos artículos, sillas y escritorios, desea fabricar **12** sillas y **20** escritorios. La fabricación de sillas requiere, por unidad: **12** unidades de madera, $\mathbf{1/2}$ botella de barniz y **6** horas/hombre. Los escritorios requieren, también por unidad: **25** unidades de madera, **2** botellas de barniz y **20** horas/hombre.

Los costos de tales requerimientos son:
Madera **$6** por unidad
Barniz **$18** por unidad
1 hora/hombre **$15**

Aplicar cálculo matricial para obtener:
a) El costo de elaboración de **12** sillas y **20** escritorios
b) El costo total por cada tipo de artículo.

13) Una empresa de generación de petróleo debe transportar el crudo a cuatro destilerías ubicadas en diferentes puntos del país. Las cantidades de crudo en metros cúbicos que debe transportar son **1000** a la primera destilería, **1550** a la segunda, **4580** a la tercera y **2350** a la cuarta. Los costos del transporte por metro cúbico a cada una de las destilerías son, en dólares, **50** para la primera destilería, **80** para la segunda, **70** para la tercera y **90** para la cuarta. ¿Cuál es costo total de transporte de la empresa? (Resolver matricialmente)

14) Dadas las siguientes matrices

$$P = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \in \Re^{2x2} \quad \wedge \quad Q = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 10 & 13 \end{pmatrix} \in \Re^{2x2}$$

a) Hallar $M \in \Re^{2x2}$ tal que $P.M = Q$

b) Una fábrica produce dos artículos. La matriz ***P*** muestra en la fila 1 la cantidad de metros de hilado de algodón de dos tipos necesarios para fabricar el artículo 1 y en la fila 2 las correspondientes al artículo 2. Si la columna 1 de ***Q*** proporciona el costo de producción de cada artículo en abril y en la columna 2 lo propio del mes de mayo. ¿Qué representa la matriz ***M***?

15) Una empresa produce 3 tamaños de cintas de vídeo en dos calidades diferentes. La producción (en miles) en su planta ***A*** está dada por la matriz siguiente:

	Tamaño 1	**Tamaño 2**	**Tamaño 3**
Calidad 1	**27**	**36**	**30**
Calidad 2	**18**	**26**	**21**

La producción en su planta ***B*** está dada por la matriz siguiente:

	Tamaño 1	**Tamaño 2**	**Tamaño 3**
Calidad 1	**32**	**40**	**35**
Calidad 2	**25**	**38**	**30**

a) Escribir una matriz que represente la producción de cintas en ambas plantas.
b) El dueño de la empresa planea abrir una tercera planta en ***C***, la que tendría una vez y media la capacidad de la planta ***A***. Escribir la matriz que representa la producción de la nueva planta.
c) ¿Cuál será la producción total de las tres plantas?

16) Indicar Verdadero o Falso. Justificar claramente la respuesta

a) $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ es idempotente

b) $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es involutiva

c) Si $\boldsymbol{A \neq N \wedge B \neq N \Rightarrow AB \neq N}$

d) $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ son conmutables

17) Demostrar que si $\boldsymbol{A = (a_{ij})}$ es una matriz cuadrada:

a) $\forall \boldsymbol{A} \in \Re^{n \times n} : \boldsymbol{A + A^T}$ es simétrica.

b) Si una matriz es involutiva, entonces es igual a su inversa.

c) $\forall \boldsymbol{A} \in \Re^{n \times n} : \boldsymbol{A - A^T}$ es antisimétrica.

d) $\forall \boldsymbol{A} \in \Re^{m \times n} : \boldsymbol{A . A^T}$ es simétrica.

e) Si $\boldsymbol{A}$ es idempotente, entonces $\boldsymbol{(A-I)^2 = I - A}$

f) Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son matrices idempotentes y permutables, entonces $\boldsymbol{A.B}$ es idempotente.

g) $\boldsymbol{A}$ es involutiva sí y sólo sí $\boldsymbol{(I-A)(I+A)=N}$

18) Si $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$, hallar los valores reales de $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ para los cuales $\boldsymbol{A}$ es idempotente.

19) Calcular los siguientes determinantes:

$$a)\ \Delta(A)=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2\\ 0 & 3 & -1\\ 4 & 1 & 1\end{vmatrix} \qquad b)\ \Delta(B)=\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3\\ -1 & 3 & 1\\ 4 & 1 & 2\end{vmatrix} \qquad c)\ \Delta(C)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 4\\ 0 & 1 & 1 & 3\\ 2 & 2 & -4 & 8\\ 3 & 4 & 2 & -1\end{vmatrix} \qquad d)\ \Delta(D)=\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & 1\\ 0 & 3 & 2 & -1\\ 1 & 4 & 2 & 1\\ 3 & 1 & 3 & 2\end{vmatrix}$$

20) Resolver las siguientes ecuaciones:

$$a)\ \begin{vmatrix} 1-x & 0 & -2\\ 0 & -x & 0\\ -2 & 0 & 4-x\end{vmatrix}=0 \qquad b)\ \begin{vmatrix} 2-x & -3 & 6\\ 4 & 1+x & -2\\ 2 & -1 & 2+x\end{vmatrix}=0$$

21) Sabiendo que A y B son matrices cuadradas de orden tres, tales que **det** $(A)=2$ y **det** $(B)=4$. Calcular aplicando propiedades:

$a)$ $\det(3B^{-1})$ $\qquad b)$ $\det(-2A^T B)$ $\qquad c)$ $\det\left[\left(3B^T\right)^{-1}\right]$ $\qquad d)$ $\det\left[B^{-1}.\left(A^T\right)^{-1}\right]$

22) Sea $A=\begin{pmatrix} a & b & c\\ d & e & f\\ g & h & i\end{pmatrix}$ tal que $|A|=-10$. Calcular usando propiedades:

$$a)\ \begin{vmatrix} 2a & d & g\\ 2b & e & h\\ 2c & f & i\end{vmatrix} \qquad b)\ \begin{vmatrix} g & h & i\\ a & b & c\\ 2a+d & 2b+e & 2c+f\end{vmatrix} \qquad c)\ \begin{vmatrix} d & e & f\\ a & b & c\\ -2g+a & -2h+b & -2i+c\end{vmatrix}$$

23) Hallar $\alpha \in \Re$ que verifique $|AB| = -96$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ \alpha & -1 & 4 \\ 2 & \alpha & -2 \end{pmatrix}$

24) Hallar $\alpha \in \Re$ que verifique $|A+B| = 0$, siendo $A = \begin{pmatrix} -\alpha & 2 \\ 2\alpha & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -1 & \alpha \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

25) Calcular el determinante de C sabiendo que $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B,\ C \in \Re^{3\times 3}$, $|B| = 4$ y $|A^{-1} 2 B C^T| = -48$.

26) Decidir si es verdadero o falso y justifique:

a) $|A + B| = |A| + |B|$, $A \in \Re^{nxn}$, $B \in \Re^{nxn}$

b) Si A es una matriz inversible entonces $|A| = 0$.

c) Si A y B son inversibles, entonces $A.B$ también lo es, $A \in \Re^{nxn}$, $B \in \Re^{nxn}$

d) $|A.A^T| = |A|^2, A \in \Re^{n\ x\ n}$

e) $|A| = \dfrac{1}{|A^{-1}|}$

f) Si $det(A) = det(B)$, entonces $A = B$

27) Hallar el valor de $x \in \Re$ que verifique:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & x \\ x & -1 & 1 \\ 0 & x & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & x \end{vmatrix}$$

28) Si A es una matriz triangular, señale condiciones necesarias y suficientes sobre A para que $\det(A) \neq 0$.

29) Obtener, si existen, las inversas de:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 12 & 9 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

30) Indicar verdadero o falso. Justificar claramente la respuesta:

a) Si A y B son inversibles, entonces $A+B$ también lo es.

b) Si A es regular, entonces $\alpha.A$ también lo es $\forall \alpha \in \Re$.

c) Si $A, B \in \Re^{nxn}$ son tales que $|A|.|B| = 1$, entonces B es la matriz inversa de A.

d) Si $A, B \in \Re^{nxn}$ son tales que $|A|.|B| = 1$, entonces A y B son inversibles.

31) ¿Cuándo una matriz diagonal es inversible y cuál es su inversa?

32) Verificar que la matriz $\boldsymbol{A}$ es igual a su inversa. Siendo $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

33) Indicar verdadero o falso, en caso de ser verdadero realizar la demostración:

a) $\boldsymbol{A}.\boldsymbol{A}^T = \boldsymbol{N} \Rightarrow \boldsymbol{A} = \boldsymbol{N}$

b) Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son matrices cuadradas y además permutables, entonces $\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B}$ es idempotente.

c) Si $\boldsymbol{A}$ es idempotente y $\boldsymbol{B}$ es ortogonal, entonces $\boldsymbol{B}^T.\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B}$ es idempotente.

d) Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son ortogonales de igual orden, entonces $\boldsymbol{B}.\boldsymbol{A}$ es ortogonal.

e) Si $\boldsymbol{A}$ es no singular y $\boldsymbol{B}.\boldsymbol{A} = \boldsymbol{N}$, entonces $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{N}$

f) Si $\boldsymbol{A}$ *y* $\boldsymbol{B} \in \Re^{nxn}$ son regulares, entonces $(\boldsymbol{A}.\boldsymbol{B})^{-1} = \boldsymbol{B}^{-1}.\boldsymbol{A}^{-1}$

34) ¿Qué valores de α hacen que la matriz $\begin{pmatrix} -\alpha & \alpha-1 & \alpha+1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2-\alpha & \alpha+3 & \alpha+7 \end{pmatrix}$ no sea inversible?

35) Calcular el valor de $x \in \Re$ para que exista $\boldsymbol{A}^{-1}$, siendo $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2-x & -3 & 6 \\ 4 & 1+x & -2 \\ 2 & -1 & 2+x \end{pmatrix}$

36) Si el rango de una matriz cuadrada de orden n es k / $k < n$, indique cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta, justificando la respuesta:

a) $|A| = k$

b) $|A| = 0$

c) $|A| = k - 1$

d) **ninguna de las anteriores**

37) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & x \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcular x de modo que el rango de A sea **2**.

b) Hallar la matriz ***adj A*** (para el valor de x encontrado).

c) ¿A qué es igual el producto $A.\mathrm{adj}\,A$?

38) Determinar los rangos de:

$a)\ A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ $b)\ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ $c)\ C = I \in \Re^{nxn}$ $d)\ D = N \in \Re^{nxn}$

39) Dada la siguiente matriz de insumo producto:

Industrias	A	B	DF	PT
A	200	500	500	1200
B	400	200	900	1500
VA	600	800	1400	------
PT	1200	1500	-------	2700

a) Determinar la matriz de producción si la demanda final cambia a **600** para ***A*** y a **805** para ***B***.
b) Obtener el valor total de los otros costos de producción que ello implica.
c) Indicar qué hipótesis de proporcionalidad se considera.

40) En una economía hipotética de dos industrias ***A*** y ***B***, la matriz de los coeficientes tecnológicos es $A = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/6 \end{pmatrix}$

Indicar la producción de cada industria si la demanda final es de **100** unidades para ***A*** y **80** para ***B***.

41) Dada la matriz de insumo producto correspondiente a un determinado año.

Industrias	A	B	DF	PT
A	80	88	32	200
B	80	0	30	110
VA	40	22	62	-----
PT	200	110	------	310

a) construir la del año **"t"** en que el vector demanda final es: $\mathbf{DF} = \begin{pmatrix} 42 \\ 28 \end{pmatrix}$

b) indicar en qué paso de la resolución del problema se asume que la adquisición de productos intermedios de una industria es proporcional al nivel del producto final de la misma.

42) Una economía hipotética simple de dos industrias ***A*** y ***B*** está representada en la siguiente tabla (los datos están dados en millones de pesos de productos):

	A	B	DF	PT
A	150	240	210	600
B	200	120	160	480

Determinar el valor del producto final para la economía si la demanda final cambia:
a) a **100** para **A** y a **200** para **B**
b) a **50** para **A** y a **60** para **B**

RESPUESTAS

1) $A=\begin{pmatrix}-1 & -3 & -5\\ -1 & -3 & -5\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3 & 5 & 10\\ 3 & 3 & 11\\ 4 & 7 & 3\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}2 & 2 & 2\\ 5 & 8 & 4\\ 10 & 13 & 18\end{pmatrix}$ $D=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & 4\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

2) $a)\begin{pmatrix}4 & -19 & 14\\ 3 & 0 & 22\end{pmatrix}$ $b)\begin{pmatrix}12 & -15 & 9\\ 10 & -1 & 8\end{pmatrix}$ $c)\begin{pmatrix}3 & 12\\ 0 & -2\\ \frac{13}{2} & 9\end{pmatrix}$ $d)\begin{pmatrix}6 & 9 & -8\\ 6 & -1 & -18\end{pmatrix}$

3) $a=2\ ,\ b=4,\ c=-\frac{1}{4}\ ,\ d=\frac{3}{2}$

4) $X=\begin{pmatrix}-4 & \frac{4}{3} & -\frac{19}{3}\\ -5 & -3 & -\frac{16}{3}\end{pmatrix}$

5) $a)\begin{pmatrix}-24 & -32\\ -24 & -32\end{pmatrix}$ $b)\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ $c)\begin{pmatrix}0 & 0\\ 16 & 16\end{pmatrix}$ $d)\begin{pmatrix}5 & 6\\ -7 & -6\end{pmatrix}$

6) *a)* (4) *b)* $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

7) **Se verifican las igualdades**

8) **Se verifica la igualdad**

9) $a)\begin{pmatrix} 2 & 26 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$ $b)\begin{pmatrix} -6 & 8 \\ 4 & -8 \\ -24 & 8 \end{pmatrix}$ $c)\begin{pmatrix} 16 & 24 & 12 \\ -8 & 0 & -10 \end{pmatrix}$ $d)\begin{pmatrix} 7 & 3 & 15 \\ 1 & -1 & 5 \\ 8 & 12 & 0 \end{pmatrix}$

10) $a)\ X = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{9}{4} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{9}{8} \\ \frac{1}{4} & -\frac{23}{8} \end{pmatrix}$ $b)\ X = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{9}{10} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{3}{10} \end{pmatrix}$

11) *a)* **Falso** *b)* **Falso** *c)* **Verdadero** *d)* **Verdadero** *e)* **Falso**

12) *a)* **$ 11.772** *b)* **$2.052 y $9.720**

13) $\begin{pmatrix} 1000 & 1550 & 4580 & 2350 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 50 \\ 80 \\ 70 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 706100 \end{pmatrix}$

14) *a)* $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ *b)* El costo por unidad de cada tipo de hilado en abril y en mayo

15) *a)* $\begin{pmatrix} 59 & 76 & 65 \\ 43 & 64 & 51 \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} 40{,}5 & 54 & 45 \\ 27 & 39 & 31{,}5 \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} 99{,}5 & 130 & 110 \\ 70 & 103 & 82{,}5 \end{pmatrix}$

16) *a)* V (realizar operación) *b)* V (realizar operación) *c)* F (dar contraejemplo) *d)* F

17) A cargo del alumno

18) $a = 2 \qquad b = -1$

19) *a)* -20 *b)* -5 *c)* 0 *d)* 57

20) *a)* $x_1 = x_2 = 0 \quad x_3 = 5$ *b)* $x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = -3$

21) *a)* 27/4 *b)* -64 *c)* 1/108 *d)* 1/8

22) *a)* -20 *b)* -10 *c)* -20

23) $\alpha = 0 \vee \alpha = 4$

24) $\alpha = -3 \vee \alpha = -\frac{1}{2}$

25) $|C| = -3$

26) *a)* Falso *b)* Falso *c)* Verdadero *d)* Verdadero *e)* Verdadero *f)* Falso

27) $x = -2$

28) $|A| \neq 0 \Leftrightarrow \forall i :\ a_{ii} \neq 0$

29) *a)* No tiene *b)* $B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ *c)* $C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$ *d)* $\nexists D^{-1}$ *e)* $E^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ -\frac{5}{6} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

30) *a)* Falso *b)* Falso *c)* Falso *d)* Verdadero

31) $\forall i : a_{ii} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 1/a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1/a_{33} \end{pmatrix}$

32) Se verifica.

33)

a) **Verdadero** ***b)*** **Falso** ***c)*** **Verdadero** ***d)*** **Verdadero** ***e)*** **Verdadero** ***f)*** **Verdadero**

34) A es una matriz no inversible para todo valor de α

35) $x \neq 0 \wedge x \neq -3 \wedge x \neq 2$

36) ***b)***

37) ***a)*** **det (A) = 0** $\Rightarrow$ $x = 2$**.** Con $x = 2;\ r(A) \neq 3\ \ y\ \ r(A) = 2$ porque existe $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$

b) $Adj\ A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 3 & 3 & -3 \\ -3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

c) ***A. Adj A = det (A). I*** En este caso ***det (A)* = 0** $\Rightarrow$ **0. *I* = *N* (3x3)**

38) ***a)*** **2** ***b)*** **4** ***c)*** **n** ***d)*** **0**

39) *a)* $P.T = \begin{pmatrix} 1290 \\ 1425 \end{pmatrix}$

b)

	A	B	DF	PT
A	215	475	600	1290
B	430	190	805	1425
VA	645	760	1405	----
PT	1290	1425	----	2715

40) 269 para la industria A y 204 para la industria B (en forma aproximada)

41)

a) $P.T. = \begin{pmatrix} 230 \\ 120 \end{pmatrix}$

b)

	A	B	DF	PT
A	92	96	42	230
B	92	0	28	120
VA	46	24	70	----
PT	230	120	----	350

42) *a)* $P.T. = \begin{pmatrix} 442{,}10 \\ 463{,}16 \end{pmatrix}$ *b)* $P.T. = \begin{pmatrix} 170{,}53 \\ 155{,}79 \end{pmatrix}$